**نـشــا ط تـمـهـيــد ي :**

1 ) الـجــد ولا ن ( 1 ) و ( 2 ) يـمـثــلا ن جــد ولـي تـنــا سـبـيــة :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 8 |  | 1 5 | 5 |
|  | 2 , 1 |  | 7 |

×

الـجــد ول ( 1 )

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 1 |  | 6 | 3 |
|  | 1 0 |  | 4 |

×

الـجــد ول ( 2 )

×

×

ا حــســب مـعــا مــل الـتـنــا سـبـيــة فـي كـل حـا لــة ؛

ثــمّ أ كـمـــل الـجــد ولـيْـــن .

مـعــا مــل الـتـنــا سـبـيــة فـي الـجــد ول ( 1 ) هــو . . أ و . .

مـعــا مــل الـتـنــا سـبـيــة فـي الـجــد ول ( 2 ) هــو . . أ و . .



5

4

3

2

O 1 2 3 4

J

I

*x*

*y*

2 ) مـثــل بـيــا نـيــا الـجــد ول الآ تــي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 3 | 1 | 0 | *x* |
| 5 | 4 | 2 | 1 | *y* |

هـل هـذ ا الـتـمـثـيــل يـعـبّــر عــن

وضـعــيّــة تـنــا سـبـيــة ؟ لـمــا ذ ا ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 0 1 ص 8 5 :** الـتـعــرّف عـلـى الـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة و الـد ا لـة الـخـطـيّــة .

1 ) فـي حـركــة مـســتــقـيــمــة مـنـتـظـمــة ؛ ا كـتــب الـمـســا وا ة الـتـي

تـعــبّــر عــن الـمـســا فــة بـد لا لــة الـزمــن *t* بـأ خــذ *d* ( *t* ) كـتــرمـيـــز

لـلـمـســا فــة و *v* كـتــرمـيـــز لـلــسّــرعـــة الـمـتــوســطــة .

. . . . . . . . . . . . . .

**الـد و ا ل الـتـآ لـفـيــة**

لـقـد أ رفـقـنـا كـل زمــن *t* بـمـســا فــة *d* ( *t* ) ؛

نـقــول إ نـنـا عـرّفـنــا **د ا لــة تـآ لـفـيــة خـطـيــة *d***

الـعـبــا رة *d* ( *t* ) تـســمّـى صــورة *t* بـا لـد ا لــة الـتـآ لـفـيــة الـخـطـيــة *d* .

ا كـمـــل الـجــد ول الآ تــي :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 6 | 1 2 | 9 | 4 | 1 | الـزمــن *t* ( *h* ) |
|  |  |  |  | 8 0 | الـمـســا فــة *d* ( *t* ) ( *k* *m* ) |

مـثــل فـي مـسـتــو مــزوّد بـمـعــلــم الـمـســا فــة بـد لا لــة الـزمــن بــوضـع

قـيّـم *t* عـلـى مـحـور الـفـوا صـل و قـيّـم *d* ( *t* ) عـلـى مـحـور الـتـرا تـيـب .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



الـمـســا فــة ( *k* *m* )

الـزمــن ( *h* )

0 1 4 9 1 2 1 6

1 2 8 0

9 6 0

7 2 0

3 2 0

8 0

2 ) قـيمـة ا شتـراك الها تـف الثا بـت هي 3 0 0 D A و ثـمـن الوحـد ة هـو 2 D A

ا كـمـــل الـجــد ول الآ تــي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 0 0 | 5 0 0 | 3 5 0 | 2 5 0 | عـد د الوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة |
|  |  |  |  | مبلغ فا تورة الها تف بد ون رسوم |

هـل الـجــد ول يـعـبّــر عــن وضـعــيّــة تـنــا سـبـيــة ؟ عـلــل .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

لـيـكـن *x* عـد د الوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة و F ( *x* ) مـبـلـغ الـفـا تـورة

بـد ون رســوم .

عــبّـــر عــن F ( *x* ) بـد لا لــة *x* . . . . . . . . . . . . . . . . . .

لـقـد أ رفـقـنـا كـل عـد د *x* مــن الوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة بـمـبـلـغ F ( *x* ) ؛

نـقــول إ نـنـا عـرّفـنــا **د ا لــة تـآ لـفـيــة F**

الـعـبــا رة F ( *x* ) تـســمّـى صــورة *x* بـا لـد ا لــة الـتـآ لـفـيــة F .

3 ) ا كـمـــل الـجــد ول الآ تــي بـا سـتـعـمــا ل إ حــد ى الـجـمــل :

تـآ لـفـيــة خـطـيــة ؛ تـآ لـفـيــة غــيـــر خـطـيــة ؛ لـيـســت تـآ لـفـيــة .

 *f* د ا لــة

 *g* د ا لــة

 *h* د ا لــة

 *i* د ا لــة

 *j* د ا لــة

 *k* د ا لــة

 *d* د ا لــة

مـثــل فـي مـسـتــو مــزوّد بـمـعــلــم مـبـلـغ فـا تـورة الـهـا تــف بـد لا لــة

عـد د الـوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة *x* و ذ لـك بــوضـع عـد د الـوحـد ا ت عـلـى

مـحـور الـفـوا صـل و مـبـلـغ الـفـا تـورة عـلـى مـحـور الـتـرا تـيـب .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



عـد د الوحـد ا ت

1 5 0 0

1 3 0 0

1 0 0 0

8 0 0

3 0 0

0 2 5 0 3 5 0 5 0 0 6 0 0

الـمـبـلـغ ( D A )

**نـشــا ط 20 ص 8 6 :** تـعـيـيــن صـورة عــد د بـد ا لـة ؛ تـعـيـيــن عــد د إ ذ ا عـلـمــت صـورتــه بـد ا لـة .

نـعـتـبـر الـد ا لـتـيــن *f* و *g* الـمـعــرفــتـيــن كـمــا يـلــي :  و 

⮜ الـد ا لــة الـخـطـيـة *f* تـعـبـّــر عــن فـعــل « أ ضــرب فـي الـعــد د 5 » .



مـثـلا : *x* = 4 ؛ إ ذ ن 20 4 .

نـقـول إ ن الـعــد د الـذ ي صـورتــه 20 بـالـد ا لــة *f* هــو 4 ؛

و نـقـول أ يــضــا إ ن الـعــد د 20 هــو صـورة 4 بـالـد ا لــة *f* ؛ و نـكـتــب : *f* ( 4 ) = 20 .

⮜ الـد ا لــة الـتـآ لـفـيـة *g* تـعـبـّــر عــن فـعــل « أ ضــرب فـي الـعــد د 5 ثــمّ أ ضــيــف الـعــد د 2 » .



مـثـلا : *x* = – 3 ؛ إ ذ ن – 13 – 15 – 3 .

نـقـول إ ن الـعــد د الـذ ي صـورتــه – 13 بـالـد ا لــة *g* هــو – 3 ؛

و نـقـول أ يــضــا إ ن الـعــد د – 13 هــو صـورة – 3 بـالـد ا لــة *g* ؛ و نـكـتــب : *g* ( – 3 ) = – 13 .

ا كـمـــل الـجــد ول الـتــا لـي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| قـيـم *x* | صـورة *x* بـا لـد ا لـة *f*  بحـيـث *f* ( *x* ) = 5 *x* | صـورة *x* بـا لـد ا لـة *g*  بحـيـث *g* ( *x* ) = 5 *x* + 2 | الـنـتــيــجــة |
| 2 | 1 0 | 1 2 | صـورة 2 با لـد ا لة *f* هـي 10 ؛ و نـكـتـب *f* ( 2 ) = 10  صـورة 2 با لـد ا لة *g* هـي 12 ؛ و نـكـتـب *g* ( 2 ) = 12 |
|  |  |  | صـورة  با لـد ا لة *f* هـي . . ؛ و نـكـتـب . . . . . .  صـورة  با لـد ا لة *g* هـي . . ؛ و نـكـتـب . . . . . . |
|  |  |  | 20 هـو صـورة . . با لـد ا لة *f* ؛ و نـكـتـب *f* ( . . ) = 20  . . هـو صـورة . . با لـد ا لة *g* ؛ و نـكـتـب *g* ( . . ) = . . |
|  |  |  | 1 هـو صـورة . . با لد ا لة *g* ؛ و نـكـتـب *g* ( . . ) = . .  . . هـو صـورة . . با لد ا لة *f* ؛ و نـكـتـب *f* ( . . ) = . . |
| 0 |  |  | . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .  . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . |
|  |  |  | صـورة . . با لد ا لة *g* هي 17 ؛ و نكـتـب *g* ( . . ) = 17  . . هـو صـورة . . با لد ا لة *f* ؛ و نـكـتـب *f* ( . . ) = . . |

**نـشــا ط 30 ص 8 7 :** تـعـيـيــن د ا لـة خـطـيــة .

*f* د ا لـة خـطـيــة بـحـيــث *f* ( 7 ) = – 3 .

ا وجــد الـعـبــا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لــة *f* .

ا حـســب صــوّر كــل مــن الأعــد ا د – 7 ؛ 3 , 5 و – 1 0 , 5 بـالـد ا لــة *f* .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 40 ص 8 7 :** تـعـيـيــن د ا لـة تـآ لـفـيـة .

1 ) نـعـتـبــر الـد ا لــة *f* الـمـعــرفــة كـمــا يـلــي : *f* ( *x* ) = 3 *x* – 5 .

ا كـمـــل الـجــد ول الـتــا لـي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* **1** | – 1 | 0 | 1 | 2 |
| *f* ( *x* **1** ) |  |  |  |  |
| *x* **2** | 5 | 3 | 4 | 0 , 5 |
| *f* ( *x* **2** ) |  |  |  |  |
| *x* **2** – *x* **1** | 5 – ( – 1 ) = |  |  |  |
| *f* ( *x* **2** ) – *f* ( *x* **1** ) |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

هـل أعــد ا د الـسّـطـر الـخـا مـس مـن الـجـد ول مـتـنـا سـبـة مـع أعــد ا د الـسّـطـر الـسّـا د س عـلـى الـتـرتـيــب ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

ا كـمــل :  .

الـنـسـبـة  تُـســمّـى **مـعــا مــل الـتـنــا ســب** لـلـد ا لــة *f* .

2 ) *g* د ا لـة تـآ لـفـيـة بـحـيــث *g* ( 2 ) = 3 و *g* ( 4 ) = 1 .

ا كـمــل مــا يــلـي :

*g* د ا لـة تـآ لـفـيـة إ ذ ن *g* ( *x* ) = . . . . . . . حـيــث *a* و *b* عــد د ا ن حـقـيـقـيــا ن .



مـعــا مــل الـتـنــا ســب لـلـد ا لــة *g* هــو . .

لـنـحـســب بـطـريـقــتـيــن الـمـعــا مــل *b* :

*g* ( 2 ) = 3 ؛ إ ذ ن *a* × . . + *b* = . . *g* ( 4 ) = 1 ؛ إ ذ ن *a* × . . + *b* = . .

و مـنـه . . . . . . . . . . . و مـنـه . . . . . . . . . . .

و مـنـه . . . . . . . . . . . و مـنـه . . . . . . . . . . .

و مـنـه . . . . . . . . . . . و مـنـه . . . . . . . . . . .

و مـنـه . . . . . . . . . . . و مـنـه . . . . . . . . . . .

ا سـتــنـتــاج الـعـبــا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لــة الـتـآ لـفـيـة *g* :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 50 ص 8 8 :** تـمـثـيــل د ا لـة خـطـيـة .

نـعـتـبــر الـد ا لــة الـخـطـيـة *f* الـمـعــرفــة كـمــا يـلــي :  .

⮜ لـتـمـثـيـل الـد ا لــة الـخـطـيـة *f* في مـسـتــو مُــزوّد بـمـعـلـم ( O ; O I ; O J ) ، نـخـتـا ر قـيـمــة لـلـمـتـغـيّــر *x*

و نـضـعـهـا عـلـى محـور الـفــوا صــل ، ثــــمّ نـضـع *f* ( *x* ) صـورة *x* بـالـد ا لــة *f* عـلـى محـور الـتــرا تـيــب

فـنـتـحـصــل عـلـى الـنـقـطــة الـتـي إ حــد ا ثـيـتـيْـهـا ( *x* ; *f* ( *x* ) ) .

مـثـلا بـأ خـذ *x* = 1 يـكـون *f* ( 1 ) = 3 ، فـنـتـحـصــل عـلـى نـقـطــة C إ حــد ا ثـيـتـا هـا ( 1 ; 3 ) ؛

و عـلـيْـه يـكـون الـمـسـتــقـيــم ( O C ) هــو الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي لـلـد ا لــة الـخـطـيـة *f* .

⮜ ا كـمـــل الـجــد ول الـتــا لـي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| الـنـقـطـة | B | C | O | A |
| الـفــا صـلــة *x* | 2 | 1 |  | – 2 |
| الـتــرتـيــب *f* ( *x* ) |  | 3 |  |  |
| إ حـد ا ثـيـتـا الـنـقـطـة |  | ( 1 ; 3 ) |  |  |

⮜ هـل الـنـقــط B ؛ C ؛ O ؛ A فـي ا سـتـقـا مـيـة ؟ عـلــل .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ لـنـبـرهـن أ ن كـل الـنـقــط الـتـي إ حـد ا ثـيـتـيْـهـا ( *x* ; *f* ( *x* ) ) تـنـتـمـي إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *f* .

لـتـكــن M نـقـطــة إ حــد ا ثـيـتـا هـا ( *x* ; *f* ( *x* ) ) .

ا كـمـــل مــا يــلـي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| الـنـقـطـة | C | A | M |
| إ حـد ا ثـيـتـا الـنـقـطـة |  |  |  |
| الـفــا صـلــة *x* |  |  |  |
| الـتــرتـيــب *f* ( *x* ) |  |  |  |

هـذ ا الـجــد ول يـعــبّــر عــن . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

لأ نـه فـي كـل عـمـود يْــن مـن الـسـطـريْــن الـثـا لـث و الـرّا بـع ، الـجــد ا ء ا ن . . . . . . . . . . . . . . .

فـالـنـقــط C ؛ A ؛ M . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

نـسـتــنـتــج أ ن . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 60 ص 8 8 :** تـمـثـيــل د ا لـة تـآ لـفـيـة .



I

5

– 4 – 2

3

3

– 6

– 4

O

الـمـسـتــوي مـنـســوب إلـى مـعــلــم ( O ; O I ; O J ) .

1 ) ا نـشــىء ( D ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة الـخـطـيـة *f*

الـمـعــرفــة بـ : *f* ( *x* ) = 3 *x* .

⮜ ا نـشــىء ( D ’ ) صـورة ( D ) بـالإ نـسـحــا ب الــذ ي

يـحـــوّ ل الـنـقــطــة O إلـى F بـحـيــث F ( 0 ; 2 ) .

⮜ نـعـتـبـر الـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *g* الـمعـرفـة بـ : *g* ( *x* ) = 3 *x* + 2

لـنـبـيّــن أ ن كـل نـقــط الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـنـبـيّــن أ ن كـل نـقــط الـمـسـتــقـيــم ( D ’ )

لـلـد ا لـة *g* تـنـتــمـي إلـى الـمـسـتــقـيــم ( D ’ ) . تـنـتــمـي إلـى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *g* .

لـتـكــن M ’ ( *x* ; *y* ) نـقــطــة مـن الـتـمـثـيـل لـتـكــن M ’ ( *x* ; *y* ) نـقــطــة مـن ( D ’ ) ؛

الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *g* ؛ إ ذ ن M ’ هــي صـورة M ( *x* ; 3 *x* ) مـن . . .

إ ذ ن . . . . *y* = أ ي . . . . *y* = . بـالإ نـسـحــا ب الــذ ي . . . . . . . . . . . . .

و مـنـه M ’ هــي صـورة M ( *x* ; 3 *x* ) مـن . . . و مـنـه . . . . *y* = أ ي . . . . *y* = .

بـالإ نـسـحــا ب الــذ ي . . . . . . . . . . . . . إ حـد ا ثـيـتـا M ’ تـحـقـقـا ن . . . . . . . . . . . .

إ ذ ن M ’ تـنـتــمـي إلى . . . . . . . . . . . إ ذ ن M ’ تـنـتـمـي إلى . . . . . . . . . . . . . .

نـسـتــنـتــج أ ن الــمـسـتــقـيــم ( D ’ ) هــو . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

2 ) لـتـكــن *h* الـد ا لـة الـخـطـيـة حـيــث : *h* ( *x* ) = – 4 *x* و لـيـكــن ( ∆ **1** ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـهـا .

ا كـمـــل مــا يــلـي :

. . . *h* ( 1 ) = **،** فـا لــمـسـتــقـيــم ( ∆ **1** ) يـشــمــل الـنـقــطــة K ( . . . ; . . . ) ؛

ا لـمـسـتــقـيــم ( ∆ **1** ) يـشــمــل الـمــبــد أ O لأ ن *h* . . . . . . . . . . . . . . .

إ ذ ن ( ∆ **1** ) هــو . . . . . . . . . . . .

⮜ لـتـكــن *k* الـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة حـيــث : *k* ( *x* ) = – 4 *x* – 5 و لـيـكــن ( ∆ **2** ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـهـا .

ا كـمـــل مــا يــلـي :

. . . *k* ( – 2 ) = **،** فـا لـمـسـتــقـيــم ( ∆ **2** ) يـشــمــل الـنـقــطــة P ( . . . ; . . . ) ؛

. . . *k* ( 0 ) = **،** فـا لـمـسـتــقـيــم ( ∆ **2** ) يـشــمــل الـنـقــطــة S ( . . . ; . . . ) ؛

إ ذ ن ( ∆ **2** ) هــو . . . . . . . . . . . .



I

J

+ 2 + 3 + 4

– 1

+ 3

+ 4

– 4 – 3 – 2

– 6

– 5

O

⮜ ا نـشــىء ( ∆ **1** ) و ( ∆ **2** ) .

**نـشــا ط 70 ص 8 9 :** مـعــا د لــة مـسـتــقـيــم .

1 ) نـعـتـبــر M ( *x* ; *y* ) نـقــطــة مـن الـمـسـتــقـيــم الـمـمـثــل لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *k*

الـمـعــرفــة كــالـتـا لـي : *k* ( *x* ) = 3 *x* + 5 .

⮜ ا كــتــب *y* بـدلالــة *x* . . . . . . . . . . . . . . . . . .

الـمـســا وا ة . . . . . . . *y* = تُـســمّـى **الـمـعــا د لــة الـمـبـسّــطــة لـلـمـسـتــقـيــم** الـمـمـثــل لـلـد ا لـة *k* .

⮜ ا كـمـــل الـجــد ول الـمــوالـي :

الـد ا لـة الـعـبـا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لـة تـرمـيــز الـد ا لـة الـمـعــا د لــة الـمـبـسّــطــة

لـلـمـسـتــقـيــم الـمـمـثــل لـلـد ا لـة

*k*   

*h* 

*f*  

*g* 

*i*  

*j*   

2 ) لـتـكــن الـنـقـطـتـا ن A ( – 2 ; – 1 ) و B ( – 6 ; – 8 ) .

هـل الـنـقـطـتـا ن A و B تـنـتـمـيـا ن إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *k* الـمعــرفـة بـ *k* ( *x* ) = 3 *x* + 5 ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

3 ) لـتـكــن الـنـقـط  ؛ D ( 4 ; – 2 ) ؛ E ( 0 ; 6 ) .

⮜ ا وجــد الـعـبـا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *h* الـتـي تـمـثـيـلـهـا الـبـيـا نـي الـمـسـتــقـيــم ( C D ) .

*h* د ا لـة تـآ لـفـيـة ؛ إ ذ ن . . . . . . . . . . . . . حـيــث *a* و *b* . . . . . . . . . . . . . .

C و D نـقـطـتـا ن مـن الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *h* ؛ إ ذ ن . . .  و . . . . . . . . .

حـسـا ب مـعــا مــل الـتـنــا ســب *a* : 

حـسـا ب *b* : *h* ( 4 ) = – 2 و مـنـه . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

*a* = – 2 و مـنـه . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

نـسـتــنـتــج أ ن . . . . . . . *h* ( *x* ) =

⮜ بـيّــن أ ن الـنـقــط C ؛ D ؛ E فـي ا سـتـقـا مـيـة .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

4 ) *f* و *g* د ا لـتــا ن معــرفـتـا ن كـمــا يــلـي : *f* ( *x* ) = *x* + 1 و  .

⮜ حــل جــبــريــا الـمـعــا د لــة *f* ( *x* ) = *g* ( *x* ) .

*f* ( *x* ) = *g* ( *x* ) و مـنـه . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

و مـنـه . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

و مـنـه . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

و مـنـه ؛ أ ي 

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ مـثــل بـيـا نـيــا الـد ا لـتـيْــن *f* و *g* فـي مـسـتــو مـنـســوب إلـى مـعــلــم ( O ; O I ; O J ) .

( *d* ) هــو الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *f* و ( *d’* ) هــو الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *g* .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



+ 1 + 2 + 3 + 4

+ 1

– 4 – 3 – 2

– 2

O

– 1

+ 4

J

I

+ 3

⮜ ا حـســب إ حـد ا ثـيّـتـيْ S نـقـطــة تـقـا طـع الـمـسـتــقـيــمـيْــن ( *d* ) و ( *d’* ) .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 80 ص 9 0 :** تـعـيـيـن الـمـعـا مـلـيْـن *a* و *b* ا نـطـلا قـا مـن الـتـمـثـيـل الـبـيـا ني لـد ا لـة تـآ لـفـيـة .

1 ) نـعـتـبــر الـد ا لـتـيــن *f* و *g* الـمـعــرفــتـيــن كـمــا يـلــي : *f* ( *x* ) = 3 *x* – 5 ؛ *g* ( *x* ) = – 2 *x* + 3

لـيـكـن ( D ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا ني لـلـد ا لـة *f* و ( D ’ ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا ني لـلـد ا لـة *g* .



J

*y*

I

*x*

O

⮜ مـثـل بـيــا نـيـا كــل مــن *f* و *g* فـي نـفــس الـمـسـتـوي الـمــزوّد بـمـعــلــم .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ ا كــمــل مــا يــلـي :

♫ ا نـطـلا قــا مـن الـنـقـطــة A مـن ( D ) حـيــث A ( 0 ; – 5 ) ،

إ ذ ا اتـجـهـنـا بـوحــد ة أ فـقـيــا نـحــو الـيـمـيــن فـإ نـنــا نـتـجــه شـا قـولـيـا

نـحــو الأعــلـى بــ . . وحــد ا ت لـنـصــل إلـى الـمـسـتـقـيـم ( D ) .

الـعــد د . . يُـسـمــى **مُـعــا مــل تـوجـيــه الـمـسـتـقـيـم** ( D ) ؛

و هــو مُـعــا مــل الـتـنــا ســب لـلـد ا لـة *f* .

إ ذ ا كــا ن الـمـعـلــم **مـتـعــا مــد و مـتـجــا نــس** ، الـعــد د . . يُــسـمــى أ يـضــا **مـيْــل الـمـسـتـقـيـم** ( D ) .

♫ ا نـطـلا قــا مـن الـنـقـطـة B مـن ( D ’ ) حـيـث B ( 0 ; + 3 ) ، إ ذ ا اتـجـهـنـا بـوحــد ة أ فـقـيـا نـحـو الـيـمـيـن

فـإ نـنــا . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**مُـعــا مــل تـوجـيــه الـمـسـتـقـيـم** ( D ’ ) هــو الـعــد د . . ؛ و هــو مُـعــا مــل الـتـنــا ســب لـلـد ا لــة *g* .

إ ذ ا كــا ن الـمـعـلــم **مـتـعــا مــد و مـتـجــا نــس** ، الـعــد د . . يُــسـمــى أ يـضــا **مـيْــل الـمـسـتـقـيـم** ( D ’ ) .

♫ مـا ذ ا يـمـثــل تـرتـيــبــا الـنـقـطـتـيــن A و B فـي كــل حــا لــة ؟

تـرتـيـب الـنـقـطـة A هـو . . . . . . لـلـد ا لـة *f* و هـو أ يـضـا . . . . . . . . . . . لـلـمـسـتـقـيـم ( D ) .

تـرتـيـب الـنـقـطـة B هـو . . . . . . لـلـد ا لـة *g* و هـو أ يـضـا . . . . . . . . . . . لـلـمـسـتـقـيـم ( D ’ ) .

**مـلا حـظــة :**

عـنـد مـا نـتـجـه بـوحـد ة أ فـقـيـا نحـو الـيـمـيـن ، ثـمّ **نـتـجـه شـا قـولـيـا نـحـو الأ ســفــل** لـنـصـل إلـى الـتـمـثـيـل

الـبـيـا ني لـد ا لـة تـآ لـفـيـة ، يـكـون **مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـسـتـقـيـم** الـمـمـثــل لـهـذ ه الـد ا لـة **عــد د ا ســا لـبـا** .

2 ) نـعــتــبــر الـنـقــط A ( – 1 ; + 4 ) ؛ B ( + 5 ; – 8 ) ؛ C ( – 2 ; – 3 ) .

مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( A B ) هــو  ؛ أ ي . . *a* =

مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( A C ) هــو  ؛ أ ي . . *a* =



( Δ’ )

( Δ )

J

I

⮜ مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( Δ ) هــو . .

مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( Δ’ ) هــو . .

**نـشــا ط 90 ص 9 1 :** إ نـجــا ز تـمـثـيــل بـيــا نـي لـوضـعــيــة يـتــد خــل فــيـهـا مــقــد ا را ن أ حــد هــمــا

مُـعــطـى بـد لا لــة الآ خـــر .

قـصـد حـسّـا ن وكـا لـتـيــن لـكــرا ء الـسّـيـا را ت ، فـكـا نـــت شـــروط الـكــراء لـكــل وكـا لــة كـالـتـا لــي :

**الـوكـا لــة A :** د فــع 2 5 0 0 D A ، إ ضــا فــة إلـى 5 0 0 D A عـلـى كـــل 5 0 *k* *m* مـقـطــوعــة .

**الـوكـا لــة B :** د فــع 1 5 0 0 D A ، إ ضــا فــة إلـى 7 5 0 D A عـلـى كـــل 5 0 *k* *m* مـقـطــوعــة .

1 ) لـيـكــن : *x* الـمـسـا فـة الـمـقـطـوعـة ، مُـعـبّـرا عـنهـا بـالـكـيـلـومـتـر ( *k* *m* ) ؛

*f* ( *x* ) الـمـبـلــغ الـمُـسـتـحــق لـلـوكـا لــة A ؛

*g* ( *x* ) الـمـبـلــغ الـمُـسـتـحــق لـلـوكـا لــة B .

⮜ ا كـتــب كــلا مــن *f* ( *x* ) و *g* ( *x* ) بـد لا لـة *x* .

2 ) يـنـســب الـمــســتــوي إلـى مـعـلــم .

⮜ مـثـل بـيـا نـيـا الـد ا لـتـيـن *f* و *g* و ذ لـــك بــوضــع الـمـســا فـا ت الـمـقـطـوعـة عـلى مـحـور الـفــوا صــل

و الـمـبـلــغ الـمُـسـتـحــق عـلى مـحـور الـتـرا تـيــب .

( خـذ كـسـلــم رسـم : 1 *c* *m* عـلى مـحـور الـفــوا صــل لـتـمـثـيـل 1 0 0 *k* *m* و 1 *c* *m* عـلى مـحـور

الـتـرا تـيـب لـتـمـثـيـل 1 0 0 0 D A ) .

3 ) بـقــرا ء ة بـيــا نـيــة ، أ وجــد *x* ’ فـا صـلـة نـقـطـة تـقــا طـع الـتـمــثـيــلــيْــن الـبـيـا نـيـيـن لـلـد ا لـتـيْــن *f* و *g* .

⮜ تـحـقــق ، جــبـــريــا ، مــن الـنــتـيــجــة الـمـحـصّـــل عـلــيْـهــا .

⮜ مـا ذ ا يـمــثـــل *x* ’ ؟

4 ) أ د رس وضـعــيـة الـمـنـحـنــيـيــن ( أ ي الـمـنـحـنـى الـمـمـثــل لـلـد ا لـة *f* يـقـع تـحــت أ و فـــوق

الـمـنـحـنـى الـمـمـثــل لـلـد ا لـة *g* ) فـي الـحـا لـتـيــن :

الـحــا لــة 1 : *x* < *x* ’ .

الـحــا لــة 2 : *x* > *x* ’ .

⮜ مـــا ذ ا يـعــنـي ذ لـــك بـا لـنـسـبــة لـلـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق فـي كــل حــا لــة ؟

5 ) ا سـتـنـتـج مـمّـا سـبـق في أ ي حا لـة تـكـون الـوكـا لـة A أ فـضـل لحـسّـا ن ؟

**تـمـثـيــل الـد ا لـتـيـن *f* و *g* بـيـا نـيـا :**



الـمـبـلـغ الـمـسـتـحـق ( D A )

الــمــســـا فــــا ت

المـقـطـوعة ( *k* *m* )

2 2 0 0 0

2 1 0 0 0

2 0 0 0 0

1 9 0 0 0

1 8 0 0 0

1 7 0 0 0

1 6 0 0 0

1 5 0 0 0

1 4 0 0 0

1 3 0 0 0

1 2 0 0 0

1 1 0 0 0

1 0 0 0 0

9 0 0 0

8 0 0 0

7 0 0 0

6 0 0 0

5 0 0 0

4 0 0 0

3 0 0 0

2 0 0 0

1 0 0 0

0

1 0 0

2 0 0

3 0 0

4 0 0

5 0 0

6 0 0

7 0 0

8 0 0

9 0 0

1 0 0 0

1 1 0 0

1 2 0 0

1 3 0 0

**نـشــا ط 1 0 ص 9 2 :** تـطـبـيـقـا ت الـتـنـا سـبـيــة .

1 *c* *m*

ا سـتـطـا لـــة

ا لـنــا بــــض

5 0 *g*



**الـجــزء ① :**

نـا بـض مـثـبــت ، نـعــلــق فـي طـرفـه الـحــر

كـتـلــة *g* ( *x* ) و نــعــيـّــن فــي كـــل مــــرّة

الإ سـتـطـا لــة *y* بـا لـســنـتــمــتـــر عــلـمــا أ ن

الإ سـتـطـا لــة *y* مـتــنــا ســبــة مــع الـكـتــلــة

الـمـعــلــقــة *x* .

1 ) ا كـمــل الـجــد ول الـتــا لــي :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 5 0 | 1 0 0 | 5 0 | 0 | *x* |
| 6 , 7 |  |  | 1 |  | *y* |

. . . . . . . . . . . .

×

×

2 ) عــبــّــر عــن *y* بـدلالـــة *x* .

3 ) بـا سـتـعـمــا ل عـبــا رة *y* بـدلالـــة *x* ؛ ا حـســب ا سـتـطــا لــة الـنـا بــض

مــن أ جــل الـكـتــل 2 5 0 *g* ؛ 1 0 0 0 *g* ؛ 1 5 0 0 *g* .

مــن أ جــل *x* = 2 5 0 يـكــون . . . . . . . . . . . . . . . . . *y* =

مــن أ جــل *x* = 1 0 0 0 يـكــون . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

مــن أ جــل *x* = 1 5 0 0 يـكــون . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

4 ) مـثـل هـذ ه الـوضعـيـة الـتـنـا سـبـيـة ( خـذ 1 *c* *m* عـلى محـور الـفـوا صـل

لـتـمـثـيـل 1 0 0 *g* و 1 *c* *m* عـلى محـور الـتـرا تـيـب لـتـمـثـيـل 5 *c* *m* )

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



الإ سـتـطا لـة( *c* *m* )

الكـتـلة ( *g* )

5 ) ا وجـد بـيـا نـيا ا سـتـطا لـة الـنا بـض مـن أ جـل الـكـتـلـتـيـن 5 0 0 *g* ؛ 1 2 0 0 *g*

ا وجـد بـيـا نـيا الـكـتـلـتـيــن الـتـي يـنـبـغـي تـعـلـيـقـهـمـا لـلـحـصــول عـلـى

ا سـتـطــا لــة قــد رُهــا 1 5 *c* *m* ؛ 2 2 , 5 *c* *m* .

بـقــراء ة بـيــا نـيــة :

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 1 0 ص 9 2 :** تـطـبـيـقـا ت الـتـنـا سـبـيــة .

**الـجــزء ② :**

نــقـــرأ الـجــد ول الـتــا لــي فــي فــا تـــورة كـهــربـــا ء .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الـشـركـة الـوطـنـيـة لـلـكـهـربـاء و الـغــا ز | | | رقـم الـتـعـريـف الـضـريــبـي : 0 6 9 1 6 0 1 0 0 1 2 7 4 2  رقـم الــبــنــــد الـضــريــبــي : 4 2 1 2 0 0 2 4 5 2 1  الـفـتــرة : الـثــلا ثــي الـثـا لـث 2 0 0 5 | | |
| الـتـعــريـفــة | الـمـبـلــغ الـمـسـتـحـق  بد ون رسـوم القـيمة  الـمـضـا فــة ( D A ) | مـبـلـغ رسـم الـقـيـمـة الـمـضــا فــة | | | الـمـبـلـغ الـمـسـتـحــق  بـكــا فــة الـرســــــوم  ( D A ) |
| الـنـسـبـة الـمـئــويــة ( **%** ) | | الـمـبـلـــغ ( D A ) |
| الـكـهــربـــا ء | 1 5 3 2 , 0 0 | 0 7 | | 1 0 7 , 2 4 | 1 6 3 9 , 2 4 |
| الـغـــا ز | 1 7 6 , 0 7 | 0 7 | | 1 2 , 3 2 | 1 8 8 , 3 9 |
| ضريبة ا ستهـلا ك الطـا قــة | 1 0 0 , 0 0 | 0 0 | | 0 0 , 0 0 | 1 0 0 , 0 0 |
| ضــريــبـــة الـســكــــن | 7 5 , 0 0 | 0 0 | | 0 0 , 0 0 | 7 5 , 0 0 |
|  | 1 8 8 3 , 0 7 |  | | 1 1 9 , 5 6 | 2 0 0 2 , 6 3 |

**ســــونــــلـــغـــــا ز**

**S O N E L G A Z**

ــأ ) كــيْــف وُجـــــــدَ مـبـلـغ رســــم الـقــيــمــة الـمُـضــا فــة فـي ا سـتـهـــلا ك الـكـهــربــــا ء ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

بـ ) كــيْــف حُــسِـــبَ الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق بـكــل الـرســوم فـي ا سـتـهـــلا ك الـكـهــربــــا ء ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .



حـســـا ب 7 **%** مـن الـكـمـيــة *x* مـعـنــا ه حـســـا ب :



زيـــــــا د ة الـكـمـيــة *x* بــ 7 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :

**نـشــا ط 1 0 ص 9 2 :** تـطـبـيـقـا ت الـتـنـا سـبـيــة .

**الـجــزء ③ :**

فـي إ حـد ى وا جـهــا ت مـحــلا ت الـمـلا بــس عُـلِـقــت الـلا فـتــة **تـخـفـيــض 3 0 %**



ا خـــــذ 3 0 **%** مــــن *x* مـعـنــا ه حـســـا ب :

تـخـفـيــض *x* بــ 3 0 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :

ا كــمــل الـجــد ول الـتــا لــي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| الـسـعـــر ( D A ) | 1 9 0 0 | 4 2 5 0 | 3 4 0 0 | 5 0 0 0 |
| قـيـمـة الـتـخـفـيــض |  |  |  |  |
| الـسـعــر بـعـد الـتـخـفـيـض |  |  |  |  |

**الـجــزء ④ :**

سـيـّـا رة سـعــرهـا 8 0 0 0 0 0 D A ؛ ا نـخـفـض سـعــرهـا بــ 5 **%** ؛ ثــمّ ا نـخـفـض مـرّ ة أخـرى بــ 3 **%**

1 ) مـا هـي الأ جـوبــة الـصـحـيـحــة مـن بـيــن الأ جـوبــة الـثــلا ث الـتــا لـيــة :



**الإ جـا بــة 1** :

**الإ جـا بــة 2** :

**الإ جـا بــة 3** :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

2 ) ا **كــمــل** : تـخـفـيــض *x* بــ 5 **%** ؛ ثــمّ بــ 3 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :



3 ) هـل يـبـقــى سـعــر الـسـيـّـا رة 8 0 0 0 0 0 D A ثـا بـتــا ، إذا ا نـخـفــض بــ 8 **%** ؛ ثــمّ زا د بــ 8 **%** ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

4 ) **ا كــمــل** : تـخـفـيــض *x* بــ 8 **%** ؛ ثــمّ زيــا د تـــه بــ 8 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :



**نـشــا ط 1 1 ص 9 5 :** الـمـقــا د يــر الـمــركــبــة .

**الـجــزء ① : الـطـا قــة الـكـهــربـا ئـيـة .**

تـســتـهــلـك الأ جـهــزة الـكـهــربـا ئــيــة طـا قــة كـهــربــا ئــيــة E وفـــق الـقــا نـــون E = *p* *t*

حـيــث *p* هــي الإ سـتـطــا عــة الـكـهــربـا ئـيـة مُـعــبـّــرا عـنـهـا بـا لـوا ط الـســا عــي ( *w* *h* )

أ و الـكـيــلــووا ط الـســا عــي ( *k* *w* *h* ) و *t* هــــو زمـــن الـتـشـغــيــل بـا لـســا عـــا ت .

⮜ ا حــســب بـا لـوا ط الـســا عــي ؛ ثــمّ بـا لـكـيــلــووا ط الـســا عــي الـطـا قــة الـمــسـتـهــلـكــة

لـلأ جـهــزة الآ تـيــة خــلا ل الـمُــدَ د الـمـبــيـنــة فــي الـجــد ول :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الـجــهـــــا ز | الإ سـتـطـا عــة | مُـدّ ة الـتـشـغــيــل |
| تـــلــفـــــا ز | 8 0 *w* | 2 *h* |
| مـصـبـــا ح | 7 5 *w* | 1 *h* 2 0 *m* *n* |
| مـدْ فــأ ة كـهــربـا ئـيـة | 1 8 0 0 *w* | 1 *h* |

الـطـا قــة الـتـي يـسـتـهــلـكـهـا الـتــلــفــــا ز E**1** :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

الـطـا قــة الـتـي يـسـتـهــلـكـهـا الـمـصـبـا ح E**2** :

تـحــويـــل : . . . . . . . . . . . . . . . .

 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . الـطـا قــة الـتـي تـسـتـهــلـكـهـا الـمـدْ فـأ ة الـكـهـربـا ئـيـة E**3** :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ مــا هــي تـكــلــفـــة ا سـتــعــمـــا ل الـمـدْ فــأ ة الـكـهــربـا ئـيـة ، إ ذ ا عــلــمـــت أ ن ثــمـــن

الـكـيــلــووا ط الـســا عــي هــو 1 , 5 D A ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**الـجــزء ② : الـســرعــة الــمـتــوســطــة .**

قــطــعـــت ســيـّــا رة مـســا فـــة *d* **1** = 1 2 6 *k* *m* فــي مُــدّ ة قـــد رهــا *t* **1** = 1 *h* 2 4 *m* *n* .

⮜ ا حــســـب *v* ســرعـتـهـا الـمـتــوســطـــة .

تـحــويـــل : . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ مــا هــي الـمُــدّ ة *t* **2** الـتــي تـسـتـغـــرقـهــا لـقــطـــع مـســا فـــة *d* **2** = 2 3 4 *k* *m* فـي نــفـــس الـظـــروف ؟

**طـريـقـة أ ولــى :** . . . . . . . . . . . . . . . . **طـريـقـة ثـا نـيــة :** *t***2** هـو . . . . . . . . . . . .

|  |  |
| --- | --- |
|  | *t***2** |
|  |  |

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . فـي جـد ول الـتـنـا سـبـيـة الآ تـي :

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . و مـنـه . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**نـشــا ط 1 1 ص 9 5 :** الـمـقــا د يــر الـمــركــبــة .

**الـجــزء ③ : الـكــتــلــة الـحـجــمــيــة .**

الـكــتــلــة الـحـجــمــيــة لـلـنــحـــا س هي : 8 , 9 *g* / *c* *m* **3** .

⮜ مــا ذ ا تـعــنــي هـــذ ه الـجـمــلـــة ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ لـتــكــن *m* الـكـتــلـــة مـُـعــبـّــرا عـنـهـا بـالـغـــرا م ( *g* ) ،

و V الـحـجـــم مـُـعــبـّــرا عـنــه بـالـسـّـنـتـيــمـتــر الـمـكـعــب ( *c* *m* **3** **)** .

عــبـّـــر عــن *m* بـد لا لـــة V .

. . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ مــا هــي كـتــلـــة 2 0 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س ؟

. . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ مـثـل بـيـا نـيـا كـتـلـة الـنـحـا س بـد لا لـة حـجـمـه ؛ و ذ لـك بـوضـع الـحـجــم

عـلـى مـحــور الـفــوا صــل و الـكـتــلــة عـلـى مـحــور الـتــرا تــيـــب .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ بـالاعــتـمـا د عـلـى الـتـمـثــيــل الـبــيــا نــي ؛ اعْـــطِ قــيــمــة مـقــربـــة

لـكــتــلـــة 3 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س ، ثـــمّ تـحــقـــق حــســا بـيـــا .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

⮜ مــا هــو حـجـــم 1 , 4 2 4 *k* *g* مــن الـنــحـــا س ؟ عــلـــل .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**الـتـمـثـيــل الـبـيـا نـي لـكـتـلـة الـنـحـا س بـد لا لـة حـجـمـه :**



**نـشــا ط تـمـهـيــد ي :**

1 ) الـجــد ولا ن ( 1 ) و ( 2 ) يـمـثــلا ن جــد ولـي تـنــا سـبـيــة :



×

×

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 8 | 1 , 5 | 1 5 | 5 |
| 1 1 , 2 | 2 , 1 | 2 1 | 7 |

الـجــد ول ( 1 )



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 1 | 7 , 5 | 6 | 3 |
| 2 8 | 1 0 | 8 | 4 |

×

×

الـجــد ول ( 2 )

ا حــســب مـعــا مــل الـتـنــا سـبـيــة فـي كـل حـا لــة ؛

ثــمّ أ كـمـــل الـجــد ولـيْـــن .



مـعــا مــل الـتـنــا سـبـيــة فـي الـجــد ول ( 1 ) هــو أ و



مـعــا مــل الـتـنــا سـبـيــة فـي الـجــد ول ( 2 ) هــو أ و



5

4

3

2

O 1 2 3 4

J

I

*x*

*y*

•

•

•

2 ) مـثــل بـيــا نـيــا الـجــد ول الآ تــي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 3 | 1 | 0 | *x* |
| 5 | 4 | 2 | 1 | *y* |

هـل هـذ ا الـتـمـثـيــل يـعـبّــر عــن

وضـعــيّــة تـنــا سـبـيــة ؟ لـمــا ذ ا ؟

لا ؛ لأ ن نـقــا ط الـتـمـثـيــل لـيــســت فــي

ا سـتـقــا مـيــة مـع مـبــد أ الـمـعــلـــم .

**نـشــا ط 10 ص 8 5 :** الـتـعــرّف عـلـى الـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة و الـد ا لـة الـخـطـيّــة .

1 ) فـي حـركــة مـســتــقـيــمــة مـنـتـظـمــة ؛ ا كـتــب الـمـســا وا ة الـتـي

تـعــبّــر عــن الـمـســا فــة بـد لا لــة الـزمــن *t* بـأ خــذ *d* ( *t* ) كـتــرمـيـــز

لـلـمـســا فــة و *v* كـتــرمـيـــز لـلــسّــرعـــة الـمـتــوســطــة .

*d* ( *t* ) = *v* . *t*

**الـد و ا ل الـتـآ لـفـيــة**

لـقـد أ رفـقـنـا كـل زمــن *t* بـمـســا فــة *d* ( *t* ) ؛

نـقــول إ نـنـا عـرّفـنــا **د ا لــة تـآ لـفـيــة خـطـيــة *d***

الـعـبــا رة *d* ( *t* ) تـســمّـى صــورة *t* بـا لـد ا لــة الـتـآ لـفـيــة الـخـطـيــة *d* .

ا كـمـــل الـجــد ول الآ تــي :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 6 | 1 2 | 9 | 4 | 1 | الـزمــن *t* ( *h* ) |
| 1 2 8 0 | 9 6 0 | 7 2 0 | 3 2 0 | 8 0 | الـمـســا فــة *d* ( *t* ) ( *k* *m* ) |

مـثــل فـي مـسـتــو مــزوّد بـمـعــلــم الـمـســا فــة بـد لا لــة الـزمــن بــوضـع

قـيّـم *t* عـلـى مـحـور الـفـوا صـل و قـيّـم *d* ( *t* ) عـلـى مـحـور الـتـرا تـيـب .

نـمـثــل كـل سـاعـتـيــن ( 2 *h* ) بــ 1 *c* *m* عـلـى مـحـور الـفـوا صـل ؛

و نـمـثــل كـل 1 6 0 *k* *m* بــ 1 *c* *m* عـلـى مـحـور الـتـرا تـيـب .



الـمـســا فــة ( *k* *m* )

•

•

•

•

الـزمــن ( *h* )

0 1 4 9 1 2 1 6

1 2 8 0

9 6 0

7 2 0

3 2 0

8 0

•

•

2 ) قـيمـة ا شتـراك الها تـف الثا بـت هي 3 0 0 D A و ثـمـن الوحـد ة هـو 2 D A

ا كـمـــل الـجــد ول الآ تــي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 0 0 | 5 0 0 | 3 5 0 | 2 5 0 | عـد د الوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة |
| 1 5 0 0 | 1 3 0 0 | 1 0 0 0 | 8 0 0 | مبلغ فا تورة الها تف بد ون رسوم |

هـل الـجــد ول يـعـبّــر عــن وضـعــيّــة تـنــا سـبـيــة ؟ عـلــل .

لا ؛ لأ ن 2 5 0 × 1 0 0 0 ≠ 3 5 0 × 8 0 0

لـيـكـن *x* عـد د الوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة و F ( *x* ) مـبـلـغ الـفـا تـورة

بـد ون رســوم .

عــبّـــر عــن F ( *x* ) بـد لا لــة *x* . . . . . . F ( *x* ) = 2 *x* + 3 0 0

لـقـد أ رفـقـنـا كـل عـد د *x* مــن الوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة بـمـبـلـغ F ( *x* ) ؛

نـقــول إ نـنـا عـرّفـنــا **د ا لــة تـآ لـفـيــة F**

الـعـبــا رة F ( *x* ) تـســمّـى صــورة *x* بـا لـد ا لــة الـتـآ لـفـيــة F .

3 ) ا كـمـــل الـجــد ول الآ تــي بـا سـتـعـمــا ل إ حــد ى الـجـمــل :

تـآ لـفـيــة خـطـيــة ؛ تـآ لـفـيــة غــيـــر خـطـيــة ؛ لـيـســت تـآ لـفـيــة .

 *f* د ا لــة تـآ لـفـيــة غــيـــر خـطـيــة .

 *g* د ا لــة تـآ لـفـيــة غــيـــر خـطـيــة .

 *h* د ا لــة لـيـســت تـآ لـفـيــة .

 *i* د ا لــة تـآ لـفـيــة خـطـيــة .

 *j* د ا لــة تـآ لـفـيــة غــيـــر خـطـيــة .

 *k* د ا لــة تـآ لـفـيــة خـطـيــة .

 *d* د ا لــة لـيـســت تـآ لـفـيــة .

مـثــل فـي مـسـتــو مــزوّد بـمـعــلــم مـبـلـغ فـا تـورة الـهـا تــف بـد لا لــة

عـد د الـوحـد ا ت الـمـسـتـهـلـكـة *x* و ذ لـك بــوضـع عـد د الـوحـد ا ت عـلـى

مـحـور الـفـوا صـل و مـبـلـغ الـفـا تـورة عـلـى مـحـور الـتـرا تـيـب .

نـمـثــل كـل 1 0 0 وحـد ة بــ 1 *c* *m* عـلـى مـحـور الـفـوا صـل ؛

و نـمـثــل كـل 1 0 0 D A بــ 1 *c* *m* عـلـى مـحـور الـتـرا تـيـب .



الـمـبـلـغ ( D A )

عـد د الوحـد ا ت

1 5 0 0

1 3 0 0

1 0 0 0

8 0 0

3 0 0

•

•

•

0 2 5 0 3 5 0 5 0 0 6 0 0

•

•

**نـشــا ط 20 ص 8 6 :** تـعـيـيــن صـورة عــد د بـد ا لـة ؛ تـعـيـيــن عــد د إ ذ ا عـلـمــت صـورتــه بـد ا لـة .

نـعـتـبـر الـد ا لـتـيــن *f* و *g* الـمـعــرفــتـيــن كـمــا يـلــي :  و 

⮜ الـد ا لــة الـخـطـيـة *f* تـعـبـّــر عــن فـعــل « أ ضــرب فـي الـعــد د 5 » .



مـثـلا : *x* = 4 ؛ إ ذ ن 20 4 .

نـقـول إ ن الـعــد د الـذ ي صـورتــه 20 بـالـد ا لــة *f* هــو 4 ؛

و نـقـول أ يــضــا إ ن الـعــد د 20 هــو صـورة 4 بـالـد ا لــة *f* ؛ و نـكـتــب : *f* ( 4 ) = 20 .

⮜ الـد ا لــة الـتـآ لـفـيـة *g* تـعـبـّــر عــن فـعــل « أ ضــرب فـي الـعــد د 5 ثــمّ أ ضــيــف الـعــد د 2 » .



مـثـلا : *x* = – 3 ؛ إ ذ ن – 13 – 15 – 3 .

نـقـول إ ن الـعــد د الـذ ي صـورتــه – 13 بـالـد ا لــة *g* هــو – 3 ؛

و نـقـول أ يــضــا إ ن الـعــد د – 13 هــو صـورة – 3 بـالـد ا لــة *g* ؛ و نـكـتــب : *g* ( – 3 ) = – 13 .

ا كـمـــل الـجــد ول الـتــا لـي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| قـيـم *x* | صـورة *x* بـا لـد ا لـة *f*  بحـيـث *f* ( *x* ) = 5 *x* | صـورة *x* بـا لـد ا لـة *g*  بحـيـث *g* ( *x* ) = 5 *x* + 2 | الـنـتــيــجــة |
| 2 | 1 0 | 1 2 | صـورة 2 بالـد ا لـة *f* هـي 10 ؛ و نـكـتـب *f* ( 2 ) = 10  صـورة 2 بالـد ا لـة *g* هـي 12 ؛ و نـكـتـب *g* ( 2 ) = 12 |
|  | 1 | 3 | صـورة  بالد ا لة *f* هـي 1 ؛ و نـكـتـب  صـورة  بالد ا لة *g* هـي 3 ؛ و نـكـتـب |
| 4 | 2 0 | 2 2 | 20 هـو صـورة 4 بالد ا لة *f* ؛ و نـكـتـب *f* ( 4 ) = 20  22 هـو صـورة 4 بالد ا لة *g* ؛ و نـكـتـب *g* ( 4 ) = 22 |
|  | – 1 | 1 | 1 هـو صـورة بالد ا لة *g* ؛ و نـكـتـب *g* () = 1  –1 هـوصـورة بالد ا لة *f* و نكـتـب *f* () = – 1 |
| 0 | 0 | 2 | صـورة 0 بالد ا لـة *f* هـي 0 ؛ و نـكـتـب *f* ( 0 ) = 0  صـورة 0 بالد ا لـة *g* هـي 2 ؛ و نـكـتـب *g* ( 0 ) = 2 |
| 3 | 1 5 | 1 7 | صـورة 3 بالد ا لة *g* هي 17 ؛ و نكـتـب *g* ( 3 ) = 17  15 هـو صـورة 3 بالد ا لة *f* ؛ و نـكـتـب *f* ( 3 ) = 15 |

**نـشــا ط 30 ص 8 7 :** تـعـيـيــن د ا لـة خـطـيــة .

*f* د ا لـة خـطـيــة بـحـيــث *f* ( 7 ) = – 3 .

ا وجــد الـعـبــا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لــة *f* .

ا حـســب صــوّر كــل مــن الأعــد ا د – 7 ؛ 3 , 5 و – 1 0 , 5 بـالـد ا لــة *f* .

*f* د ا لـة خـطـيــة إ ذ ن *f* ( *x* ) = *a* *x* حـيــث *a* عــد د حـقـيــقـي .

و مـنــه *f* ( 7 ) = *a* × 7 ؛ أ ي *f* ( 7 ) = 7 *a* .

*f* ( 7 ) = – 3 ؛ إ ذ ن 7 *a* = – 3 و مـنــه  .

الـعـبــا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لــة الـخـطـيــة *f* هـي :  .

صـورة – 7 بـالـد ا لــة *f* هــي + 3 

صـورة 3,5 بـالـد ا لــة *f* هــي – 1 , 5 

صـورة – 10,5 بـالـد ا لــة *f* هــي + 4 , 5 

**نـشــا ط 40 ص 8 7 :** تـعـيـيــن د ا لـة تـآ لـفـيـة .

1 ) نـعـتـبــر الـد ا لــة *f* الـمـعــرفــة كـمــا يـلــي : *f* ( *x* ) = 3 *x* – 5 .

ا كـمـــل الـجــد ول الـتــا لـي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* **1** | – 1 | 0 | 1 | 2 |
| *f* ( *x* **1** ) | – 8 | – 5 | – 2 | 1 |
| *x* **2** | 5 | 3 | 4 | 0 , 5 |
| *f* ( *x* **2** ) | 1 0 | 4 | 7 | – 3 , 5 |
| *x* **2** – *x* **1** | 5 – ( – 1 ) = 6 | 3 – 0 = 3 | 4 – 1 = 3 | 0 , 5 – 2 = – 1 , 5 |
| *f* ( *x* **2** ) – *f* ( *x* **1** ) | 1 0 – ( – 8 ) = 1 8 | 4 – ( – 5 ) = 9 | 7 – ( – 2 ) = 9 | – 3 , 5 – 1 = – 4 , 5 |
|  |  |  |  |  |

هـل أعــد ا د الـسّـطـر الـخـا مـس مـن الـجـد ول مـتـنـا سـبـة مـع أعــد ا د الـسّـطـر الـسّـا د س عـلـى الـتـرتـيــب ؟

نـعــم ؛ لأ ن الـنـسـبـة  ثـا بـتـة مـن أ جـل كـل عـد د يــن حـقـيــقـيـيــن

مـخـتـلـفـيـن *x* **1** و *x* **2** .

ا كـمــل :  .

الـنـسـبـة  تُـســمّـى **مـعــا مــل الـتـنــا ســب** لـلـد ا لــة *f* .

2 ) *g* د ا لـة تـآ لـفـيـة بـحـيــث *g* ( 2 ) = 3 و *g* ( 4 ) = 1 .

ا كـمــل مــا يــلـي :

*g* د ا لـة تـآ لـفـيـة إ ذ ن *g* ( *x* ) = *a* *x* + *b* حـيــث *a* و *b* عــد د ا ن حـقـيـقـيــا ن .



مـعــا مــل الـتـنــا ســب لـلـد ا لــة *g* هــو – 1

لـنـحـســب بـطـريـقــتـيــن الـمـعــا مــل *b* :

*g* ( 2 ) = 3 ؛ إ ذ ن *a* × 2 + *b* = 3 *g* ( 4 ) = 1 ؛ إ ذ ن *a* × 4 + *b* = 1

و مـنـه – 1 × 2 + *b* = 3 و مـنـه – 1 × 4 + *b* = 1

و مـنـه – 2 + *b* = 3 و مـنـه – 4 + *b* = 1

و مـنـه *b* = 3 + 2 و مـنـه *b* = 1 + 4

و مـنـه *b* = 5 و مـنـه *b* = 5

ا سـتــنـتــاج الـعـبــا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لــة الـتـآ لـفـيـة *g* :

*g* ( *x* ) = – 1 × *x* + 5 أ ي *g* ( *x* ) = – *x* + 5 .

**نـشــا ط 50 ص 8 8 :** تـمـثـيــل د ا لـة خـطـيـة .

نـعـتـبــر الـد ا لــة الـخـطـيـة *f* الـمـعــرفــة كـمــا يـلــي :  .

⮜ لـتـمـثـيـل الـد ا لــة الـخـطـيـة *f* في مـسـتــو مُــزوّد بـمـعـلـم ( O ; O I ; O J ) ، نـخـتـا ر قـيـمــة لـلـمـتـغـيّــر *x*

و نـضـعـهـا عـلـى محـور الـفــوا صــل ، ثــــمّ نـضـع *f* ( *x* ) صـورة *x* بـالـد ا لــة *f* عـلـى محـور الـتــرا تـيــب

فـنـتـحـصــل عـلـى الـنـقـطــة الـتـي إ حــد ا ثـيـتـيْـهـا ( *x* ; *f* ( *x* ) ) .

مـثـلا بـأ خـذ *x* = 1 يـكـون *f* ( 1 ) = 3 ، فـنـتـحـصــل عـلـى نـقـطــة C إ حــد ا ثـيـتـا هـا ( 1 ; 3 ) ؛

و عـلـيْـه يـكـون الـمـسـتــقـيــم ( O C ) هــو الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي لـلـد ا لــة الـخـطـيـة *f* .

⮜ ا كـمـــل الـجــد ول الـتــا لـي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| الـنـقـطـة | B | C | O | A |
| الـفــا صـلــة *x* | 2 | 1 | 0 | – 2 |
| الـتــرتـيــب *f* ( *x* ) | 6 | 3 | 0 | – 6 |
| إ حـد ا ثـيـتـا الـنـقـطـة | ( 2 ; 6 ) | ( 1 ; 3 ) | ( 0 ; 0 ) | ( – 2 ; – 6 ) |

⮜ هـل الـنـقــط B ؛ C ؛ O ؛ A فـي ا سـتـقـا مـيـة ؟ عـلــل .

الـجــد ا ء ا ن الـمـتـصــا لـبــا ن مـتــســا ويــا ن فـي كــل عـمــود يْــن مـــن أعــمــــد ة الـجــد ول الـمـكــون

مــن الـسّــطــريْــن الـثـا نـي و الـثـا لـث ؛ إ ذ ن هــذ ا ا لـجــد ول يـعــبّــر عــن وضـعــيــة تـنــا ســبـيــة ؛

نـسـتــنـتــج أ ن الـنـقــط B ؛ C ؛ O ؛ A فـي ا سـتـقـا مـيـة .

⮜ لـنـبـرهـن أ ن كـل الـنـقــط الـتـي إ حـد ا ثـيـتـيْـهـا ( *x* ; *f* ( *x* ) ) تـنـتـمـي إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـدّ ا لـة *f* .

لـتـكــن M نـقـطــة إ حــد ا ثـيـتـا هـا ( *x* ; *f* ( *x* ) ) .

ا كـمـــل مــا يــلـي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| الـنـقـطـة | C | A | M |
| إ حـد ا ثـيـتـا الـنـقـطـة | ( 1 ; 3 ) | ( – 2 ; – 6 ) | ( *x* ; *f* ( *x* ) ) |
| الـفــا صـلــة *x* | 1 | – 2 | *x* |
| الـتــرتـيــب *f* ( *x* ) | 3 | – 6 | 3 *x* |

هـذ ا الـجــد ول يـعــبّــر عــن وضـعــيــة تـنــا ســبـيــة ؛

لأ نـه فـي كـل عـمـود يْــن مـن الـسـطـريْــن الـثـا لـث و الـرّا بـع ، الـجــد ا ء ا ن الـمـتـصـا لـبــا ن مـتــســا ويــا ن ؛

فـالـنـقــط C ؛ A ؛ M فـي ا سـتـقـا مـيـة مــع الـمــبــد أ O لـلـمـعــلــم .

نـسـتــنـتــج أ ن M نـقــطــة مـن الـمـسـتــقـيــم ( O C ) الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي لـلـدّ ا لـة الـخـطـيـة *f* .

**نـشــا ط 60 ص 8 8 :** تـمـثـيــل د ا لـة تـآ لـفـيـة .



I

5

C

( D ’ )

( D )

F

– 4 – 2

3

3

– 6

– 4

O

•

•

•

•

الـمـسـتــوي مـنـســوب إلـى مـعــلــم ( O ; O I ; O J ) .

1 ) ا نـشــىء ( D ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة الـخـطـيـة *f*

الـمـعــرفــة بـ : *f* ( *x* ) = 3 *x* .

⮜ ا نـشــىء ( D ’ ) صـورة ( D ) بـالإ نـسـحــا ب الــذ ي

يـحـــوّ ل الـنـقــطــة O إلـى F بـحـيــث F ( 0 ; 2 ) .

⮜ نـعـتـبــر الـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *g* الـمـعــرفــة بـ : *g* ( *x* ) = 3 *x* + 2

لـنـبـيّــن أ ن كـل نـقــط الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـنـبـيّــن أ ن كـل نـقــط الـمـسـتــقـيــم ( D ’ )

لـلـد ا لـة *g* تـنـتــمـي إلـى الـمـسـتــقـيــم ( D ’ ) . تـنـتــمـي إلـى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *g* .

لـتـكــن M ’ ( *x* ; *y* ) نـقــطــة مـن الـتـمـثـيـل لـتـكــن M ’ ( *x* ; *y* ) نـقــطــة مـن ( D ’ ) ؛

الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *g* ؛ إ ذ ن M ’ هــي صـورة M ( *x* ; 3 *x* ) مـن ( D )

إ ذ ن *y* = *g* ( *x* ) أ ي *y* = 3 *x* + 2 . بـالإ نـسـحــا ب الــذ ي يـحـــوّ ل O إلـى F ؛

و مـنـه M ’ هــي صـورة M ( *x* ; 3 *x* ) مـن ( D ) و مـنـه *y* = 3 *x* + 2 أ ي *y* = *g* ( *x* ) .

بـالإ نـسـحــا ب الــذ ي يـحـــوّ ل O إلـى F ؛ إ حـد ا ثـيـتـا M ’ تـحـقـقـا ن العـبا رة الجـبـرية لـلـد ا لـة *g* ؛

إ ذ ن M ’ تـنـتــمـي إلى الــمـسـتــقـيــم ( D ’ ) . إ ذ ن M ’ تـنـتـمـي إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *g* .

نـسـتــنـتــج أ ن الــمـسـتــقـيــم ( D ’ ) هــو الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *g* .

2 ) لـتـكــن *h* الـد ا لـة الـخـطـيـة حـيــث : *h* ( *x* ) = – 4 *x* و لـيـكــن ( ∆ **1** ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـهـا .

ا كـمـــل مــا يــلـي :

*h* ( 1 ) = – 4 **،** فـا لــمـسـتــقـيــم ( ∆ **1** ) يـشــمــل الـنـقــطــة K ( 1 ; – 4 ) ؛

ا لـمـسـتــقـيــم ( ∆ **1** ) يـشــمــل الـمــبــد أ O لأ ن *h* د ا لــــة خــطــيـــة .

إ ذ ن ( ∆ **1** ) هــو ا لــمـسـتــقـيــم ( O K ) .

⮜ لـتـكــن *k* الـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة حـيــث : *k* ( *x* ) = – 4 *x* – 5 و لـيـكــن ( ∆ **2** ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـهـا .

ا كـمـــل مــا يــلـي :

*k* ( – 2 ) = 3 **،** فـا لـمـسـتــقـيــم ( ∆ **2** ) يـشــمــل الـنـقــطــة P ( – 2 ; 3 ) ؛

*k* ( 0 ) = – 5 **،** فـا لـمـسـتــقـيــم ( ∆ **2** ) يـشــمــل الـنـقــطــة S ( 0 ; – 5 ) ؛

إ ذ ن ( ∆ **2** ) هــو ا لــمـسـتــقـيــم ( P S ) .



K

P

I

J

( ∆ **1** )

( ∆ **2** )

+ 2 + 3 + 4

– 1

+ 3

+ 4

– 4 – 3 – 2

•

– 6

•

•

S

– 5

•

O

⮜ ا نـشــىء ( ∆ **1** ) و ( ∆ **2** ) .

**نـشــا ط 70 ص 8 9 :** مـعــا د لــة مـسـتــقـيــم .

1 ) نـعـتـبــر M ( *x* ; *y* ) نـقــطــة مـن الـمـسـتــقـيــم الـمـمـثــل لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *k*

الـمـعــرفــة كــالـتـا لـي : *k* ( *x* ) = 3 *x* + 5 .

⮜ ا كــتــب *y* بـدلالــة *x* . . . . . . . . . *y* = 3 *x* + 5

الـمـســا وا ة *y* = 3 *x* + 5 تُـســمّـى **الـمـعــا د لــة الـمـبـسّــطــة لـلـمـسـتــقـيــم** الـمـمـثــل لـلـد ا لـة *k* .

⮜ ا كـمـــل الـجــد ول الـمــوالـي :

الـد ا لـة الـعـبـا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لـة تـرمـيــز الـد ا لـة الـمـعــا د لــة الـمـبـسّــطــة

لـلـمـسـتــقـيــم الـمـمـثــل لـلـد ا لـة

*k*   

*h*   

*f*   

*g*   

*i*   

*j*   

2 ) لـتـكــن الـنـقـطـتـا ن A ( – 2 ; – 1 ) و B ( – 6 ; – 8 ) .

هـل الـنـقـطـتـا ن A و B تـنـتـمـيـا ن إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *k* الـمعــرفـة بـ *k* ( *x* ) = 3 *x* + 5 ؟

*k* ( – 2 ) = 3 ( – 2 ) + 5 = – 1 *k* ( – 6 ) = 3 ( – 6 ) + 5 = – 1 3 ≠ – 8

إ حـد ا ثـيّـتـا A تحـقـقـا ن العـبـا رة الجـبـرية لـلـد ا لـة *k* إ حـد ا ثـيّـتـا B لا تحـقـقـا ن العـبـا رة الجـبـرية لـلـد ا لـة *k*

إ ذ ن A تـنـتـمـي إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *k* . إ ذ ن B لا تـنـتـمـي إلى الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *k* .

3 ) لـتـكــن الـنـقـط  ؛ D ( 4 ; – 2 ) ؛ E ( 0 ; 6 ) .

⮜ ا وجــد الـعـبـا رة الـجـبــريــة لـلـد ا لـة الـتـآ لـفـيـة *h* الـتـي تـمـثـيـلـهـا الـبـيـا نـي الـمـسـتــقـيــم ( C D ) .

*h* د ا لـة تـآ لـفـيـة ؛ إ ذ ن *h* ( *x* ) = *a* *x* + *b* حـيــث *a* و *b* عــد د ا ن حـقـيـقـيــا ن .

C و D نـقـطـتـا ن مـن الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *h* ؛ إ ذ ن  و *h* ( 4 ) = – 2 .

حـسـا ب مـعــا مــل الـتـنــا ســب *a* : 

حـسـا ب *b* : *h* ( 4 ) = – 2 و مـنـه *a* × 4 + *b* = – 2 و مـنـه *b* = – 2 – 4 *a*

*a* = – 2 و مـنـه *b* = – 2 – 4 ( – 2 ) و مـنـه *b* = 6

نـسـتــنـتــج أ ن *h* ( *x* ) = – 2 *x* + 6

⮜ بـيّــن أ ن الـنـقــط C ؛ D ؛ E فـي ا سـتـقـا مـيـة .

*h* ( 0 ) = – 2 × 0 + 6 = 0 + 6 = 6

إ حــد ا ثــيّــتــا E تـحـقــقـــا ن الـعــبــا رة الـجــبــريــة لـلـد ا لـة *h* ؛

إ ذ ن E تـنـتـمـي إلـى ( C D ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *h* ؛

نـسـتــنـتــج أ ن الـنـقــط C ؛ D ؛ E فـي ا سـتـقـا مـيـة .

4 ) *f* و *g* د ا لـتــا ن معــرفـتـا ن كـمــا يــلـي : *f* ( *x* ) = *x* + 1 و  .

⮜ حــل جــبــريــا الـمـعــا د لــة *f* ( *x* ) = *g* ( *x* ) .

*f* ( *x* ) = *g* ( *x* ) و مـنـه 

و مـنـه 

و مـنـه 

و مـنـه  ؛ أ ي 

الـمـعــا د لــة *f* ( *x* ) = *g* ( *x* ) تـقـبــل حــلا وحــيــد ا هــو  .

⮜ مـثــل بـيـا نـيــا الـد ا لـتـيْــن *f* و *g* فـي مـسـتــو مـنـســوب إلـى مـعــلــم ( O ; O I ; O J ) .

( *d* ) هــو الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *f* و ( *d’* ) هــو الـتـمـثـيـل الـبـيـا نـي لـلـد ا لـة *g* .

*f* ( 0 ) = 0 + 1 = 1 ؛ نـسـتــنـتــج أ ن ( *d* ) يـشـمــل الـنـقــطـة ذ ا ت الإ حــد ا ثــيّــتـيْــن ( 0 ; 1 ) .

*f* ( 3 ) = 3 + 1 = 4 ؛ نـسـتــنـتــج أ ن ( *d* ) يـشـمــل الـنـقــطـة ذ ا ت الإ حــد ا ثــيّــتـيْــن ( 3 ; 4 ) .

 ؛ نـسـتــنـتــج أ ن ( *d’* ) يـشـمــل الـنـقــطـة ذ ا ت الإ حــد ا ثــيّــتـيْــن ( 0 ; 2 ) .

 ؛ نـسـتــنـتــج أ ن ( *d’* ) يـشـمــل الـنـقــطـة ذ ا ت الإ حــد ا ثــيّــتـيْــن ( 3 ; 0 ) .



( *d* ) : *y* = *x* + 1

+ 1 + 2 + 3 + 4

+ 1

– 4 – 3 – 2

•

•

– 2

O

– 1

+ 4

( *d’* ) :

J

I

+ 3

•

•



⮜ ا حـســب إ حـد ا ثـيّـتـيْ S نـقـطــة تـقـا طـع الـمـسـتــقـيــمـيْــن ( *d* ) و ( *d’* ) .

S هـي نـقـطــة تـقـا طـع الـمـسـتــقـيــمـيْــن ( *d* ) و ( *d’* ) ؛

إ ذ ن فـا صـلـة S هـي الـحـل الـوحــيــد لـلـمـعــا د لــة *f* ( *x* ) = *g* ( *x* ) ؛ أ ي  .

حـسـا ب تـرتـيــب S : 

نـسـتــنـتــج أ ن  .

**نـشــا ط 80 ص 9 0 :** تـعـيـيـن الـمـعـا مـلـيْـن *a* و *b* ا نـطـلا قـا مـن الـتـمـثـيـل الـبـيـا ني لـد ا لـة تـآ لـفـيـة .

1 ) نـعـتـبــر الـد ا لـتـيــن *f* و *g* الـمـعــرفــتـيــن كـمــا يـلــي : *f* ( *x* ) = 3 *x* – 5 ؛ *g* ( *x* ) = – 2 *x* + 3

لـيـكـن ( D ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا ني لـلـد ا لـة *f* و ( D ’ ) الـتـمـثـيـل الـبـيـا ني لـلـد ا لـة *g* .



J

*y*

I

*x*

•

•

•

•

( D ’ ) : *y* = – 2 *x* + 3

A

( D ) : *y* = 3 *x* – 5

E

F

B

O

•

•

K

C

⮜ مـثـل بـيــا نـيـا كــل مــن *f* و *g* فـي نـفــس الـمـسـتـوي الـمــزوّد بـمـعــلــم .

*f* و *g* د ا لـتــا ن تـآ لـفـيّــتــا ن غــيْـــر خـطـيــتـيْــن ، إ ذ ن يـكــفــي

تـعـيـيــن نـقـطـتـيــن مـن كـل تـمـثـيـل بـيـا نـي لإ نـشــا ئــه .

*f* ( 1 ) = 3 × 1 – 5 = – 2 و *f* ( 3 ) = 3 × 3 – 5 = 4 ؛

إ ذ ن ( D ) يـشـمــل الـنـقـطـتـيْــن C ( 1 ; – 2 ) و E ( 3 ; 4 ) .

*g* ( 4 ) = – 2 × 4 + 3 = – 5 و *g* ( – 1 ) = – 2 ( – 1 ) + 3 = 5

إ ذ ن ( D ’ ) يـشـمــل الـنـقـطـتـيْــن F ( 4 ; – 5 ) و K ( – 1 ; 5 ) .

⮜ ا كــمــل مــا يــلـي :

♫ ا نـطـلا قــا مـن الـنـقـطــة A مـن ( D ) حـيــث A ( 0 ; – 5 ) ،

إ ذ ا اتـجـهـنـا بـوحــد ة أ فـقـيــا نـحــو الـيـمـيــن فـإ نـنــا نـتـجــه شـا قـولـيـا

نـحــو الأعــلـى بــ 3 وحــد ا ت لـنـصــل إلـى الـمـسـتـقـيـم ( D ) .

الـعــد د 3 يُـسـمــى **مُـعــا مــل تـوجـيــه الـمـسـتـقـيـم** ( D ) ؛

و هــو مُـعــا مــل الـتـنــا ســب لـلـد ا لـة *f* .

إ ذ ا كــا ن الـمـعـلــم **مـتـعــا مــد و مـتـجــا نــس** ، الـعــد د 3 يُــسـمــى أ يـضــا **مـيْــل الـمـسـتـقـيـم** ( D ) .

♫ ا نـطـلا قــا مـن الـنـقـطـة B مـن ( D ’ ) حـيـث B ( 0 ; + 3 ) ، إ ذ ا اتـجـهـنـا بـوحــد ة أ فـقـيـا نـحـو الـيـمـيـن

فـإ نـنــا نـتـجــه شـا قـولـيـا نـحــو الأ سـفــل بــوحــد تــيْـــن لـنـصــل إلـى الـمـسـتـقـيـم ( D ’ ) .

**مُـعــا مــل تـوجـيــه الـمـسـتـقـيـم** ( D ’ ) هــو الـعــد د – 2 ؛ و هــو مُـعــا مــل الـتـنــا ســب لـلـد ا لــة *g* .

إ ذ ا كــا ن الـمـعـلــم **مـتـعــا مــد و مـتـجــا نــس** ، الـعــد د – 2 يُــسـمــى أ يـضــا **مـيْــل الـمـسـتـقـيـم** ( D ’ ) .

♫ مـا ذ ا يـمـثــل تـرتـيــبــا الـنـقـطـتـيــن A و B فـي كــل حــا لــة ؟

تـرتـيـب الـنـقـطـة A هـو الـمعـا مـل *b* لـلـد ا لـة *f* و هـو أ يـضـا الـتـرتـيـب إلى الـمـبـد أ لـلـمـسـتـقـيـم ( D ) .

تـرتـيـب الـنـقـطـة B هـو الـمعـا مـل *b* لـلـد ا لـة *g* و هـو أ يـضـا الـتـرتـيـب إلى الـمـبـد أ لـلـمـسـتـقـيـم ( D ’ ) .

**مـلا حـظــة :**

عـنـد مـا نـتـجـه بـوحـد ة أ فـقـيـا نحـو الـيـمـيـن ، ثـمّ **نـتـجـه شـا قـولـيـا نـحـو الأ ســفــل** لـنـصـل إلـى الـتـمـثـيـل

الـبـيـا ني لـد ا لـة تـآ لـفـيـة ، يـكـون **مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـسـتـقـيـم** الـمـمـثــل لـهـذ ه الـد ا لـة **عــد د ا ســا لـبـا** .

2 ) نـعــتــبــر الـنـقــط A ( – 1 ; + 4 ) ؛ B ( + 5 ; – 8 ) ؛ C ( – 2 ; – 3 ) .

مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( A B ) هــو  ؛ أ ي – 2 *a* =

مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( A C ) هــو  ؛ أ ي + 7 *a* =



( Δ’ )

( Δ )

J

I

⮜ مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( Δ ) هــو 2

مـعــا مــل تـوجـيــه الـمـســتــقــيـــم ( Δ’ ) هــو – 1

**نـشــا ط 90 ص 9 1 :** إ نجـا ز تـمـثـيـل بـيـا نـي لـوضـعــيـة يـتــد خــل فــيـهـا

مــقــد ا را ن أ حــد هــمــا مُـعــطـى بـد لا لــة الآ خـــر .

1 ) كـتــا بــة كــلا مــن *f* ( *x* ) و *g* ( *x* ) بـد لا لـة *x* :

ثـمــن الـكـيـلـومـتـر لـد ى الـوكـا لــة A هــو 5 0 0 ÷ 5 0 ؛ أ ي 1 0 D A

إ ذ ن *f* ( *x* ) = 1 0 *x* + 2 5 0 0 .

ثـمــن الـكـيـلـومـتـر لـد ى الـوكـا لــة B هــو 7 5 0 ÷ 5 0 ؛ أ ي 1 5 D A

إ ذ ن *g* ( *x* ) = 1 5 *x* + 1 5 0 0 .

2 ) تـمـثـيــل الـد ا لـتـيـن *f* و *g* بـيـا نـيـا :

⮜ الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي لـلـد ا لـــة *f* هــو نـصــف مـســتــقــيـــم لأ ن *x* ≥ 0

و *f* د ا لـة تـآ لـفـية ؛ مـبـد ؤه الـنـقـطـة ذ ا ت الإحـد ا ثـيــتـيـن ( 0 ; 2 5 0 0 )

لأ ن الـتـرتـيـب إلى الـمـبــد أ هـو 2 5 0 0 ، و يـشـمـل الـنـقـطـة ذ ا ت

الإحـد ا ثـيــتـيـن ( 1 0 0 0 ; 1 2 5 0 0 ) لأ ن *f* ( 1 0 0 0 ) = 1 2 5 0 0 .

⮜ الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي لـلـد ا لـــة *g* هــو نـصــف مـســتــقــيـــم لأ ن *x* ≥ 0

و *g* د ا لـة تـآ لـفـية ؛ مـبـد ؤه الـنـقـطـة ذ ا ت الإحـد ا ثـيــتـيـن ( 0 ; 1 5 0 0 )

لأ ن الـتـرتـيـب إلى الـمـبــد أ هـو 1 5 0 0 ، و يـشـمـل الـنـقـطـة ذ ا ت

الإحـد ا ثـيــتـيـن ( 1 0 0 0 ; 1 6 5 0 0 ) لأ ن *g* ( 1 0 0 0 ) = 1 6 5 0 0 .

3 ) بـقــرا ء ة بـيــا نـيــة ، الـتـمـثـيـلا ن الـبـيـا نـيـا ن لـلـد ا لــتــيْـــن *f* و *g*

يـتـقـا طـعــا ن فـي الـنـقـطـة ذ ا ت الإحـد ا ثـيــتـيــن ( 2 0 0 ; 4 5 0 0 )

إ ذ ن *x* ’ = 2 0 0 .

⮜ الـتـحـقــق ، جــبـــريــا ، مــن الـنــتـيــجــة :

*x* ’ هــو الـحــل الـوحـيــد لـلـمـعــا د لــة : *g* ( *x* ’ ) = *f* ( *x* ’ ) .

*g* ( *x* ’ ) = *f* ( *x* ’ ) و مـنـه 1 5 *x* ’ + 1 5 0 0 = 1 0 *x* ’ + 2 5 0 0

و مـنـه 1 5 *x* ’ – 1 0 *x* ’ = 2 5 0 0 – 1 5 0 0

و مـنـه 5 *x* ’ = 1 0 0 0

و مـنـه *x* ’ = 2 0 0

⮜ *x* ’ يـمــثـــل الـمـسـا فـة الـمـقـطـوعـة الـتـي مـن أجـلـهــا يـكــون

الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق هـو نـفـسـه لـد ى كـل مـن الـوكـا لــتــيْــن .

4 ) د را ســة وضـعــيـة الـمـنـحـنــيـيــن :

الـحــا لــة 1 :

بـقـراء ة بـيـا نـيـة *x* < 2 0 0 مـعـنــا ه :

الـمـنحـنـى الـمـمـثـل لـلـد ا لـة *f* يـقـع فـوق الـمـنـحـنـى الـمـمـثـل لـلـد ا لـة *g*

و هــذ ا يـعـنـي أ نــه مــن أجــل الـمـســا فـا ت الـمـقـطـوعـة الأ قـــل

مــن 2 0 0 *k* *m* يـكـون الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق لـد ى الـوكـا لــة A أ كـبــر

مــن الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق لـد ى الـوكـا لــة B .

الـحــا لــة 2 :

بـقـراء ة بـيـا نـيـة *x* > 2 0 0 مـعـنــا ه :

الـمـنحـنـى الـمـمـثـل لـلـد ا لـة *f* يـقـع تحـت الـمـنـحـنـى الـمـمـثـل لـلـد ا لـة *g*

و هــذ ا يـعـنـي أ نــه مــن أجــل الـمـســا فـا ت الـمـقـطـوعـة الأ كـبــر

مــن 2 0 0 *k* *m* يـكـون الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق لـد ى الـوكـا لــة A أ قـــل

مــن الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق لـد ى الـوكـا لــة B .

5 ) تـكـون الـوكـا لـة A أ فـضـل لحـسّـا ن عـنـد مـا يـكـون الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحـق

لـــد ى الـوكـا لــة A أ قـــل مــن الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق لـــد ى الـوكـا لــة B

أ ي عــنــد مــا تــفـــوق الـمــســا فــة الـمـقـطـوعــة 2 0 0 *k* *m* ؛

و عـلـيـه تـكـون الـوكـا لـة A أ فـضـل لحـسّـا ن فـي الـحـا لـة 2 .

**تـمـثـيــل الـد ا لـتـيـن *f* و *g* بـيـا نـيـا :**



الـمـبـلـغ الـمـسـتـحـق ( D A )

الــمــســـا فــــا ت

المـقـطـوعة ( *k* *m* )

2 2 0 0 0

2 1 0 0 0

2 0 0 0 0

1 9 0 0 0

1 8 0 0 0

1 7 0 0 0

1 6 0 0 0

1 5 0 0 0

1 4 0 0 0

1 3 0 0 0

1 2 0 0 0

1 1 0 0 0

1 0 0 0 0

9 0 0 0

8 0 0 0

7 0 0 0

6 0 0 0

5 0 0 0

4 0 0 0

3 0 0 0

2 0 0 0

1 0 0 0

0

1 0 0

2 0 0

3 0 0

4 0 0

5 0 0

6 0 0

7 0 0

8 0 0

9 0 0

1 0 0 0

1 1 0 0

1 2 0 0

1 3 0 0

*y* = 1 5 *x* + 1 5 0 0

*y* = 1 0 *x* + 2 5 0 0

**نـشــا ط 1 0 ص 9 2 :** تـطـبـيـقـا ت الـتـنـا سـبـيــة .

1 *c* *m*

ا سـتـطـا لـــة

ا لـنــا بــــض

5 0 *g*



**الـجــزء ① :**

نـا بـض مـثـبــت ، نـعــلــق فـي طـرفـه الـحــر

كـتـلــة *g* ( *x* ) و نــعــيـّــن فــي كـــل مــــرّة

الإ سـتـطـا لــة *y* بـا لـســنـتــمــتـــر عــلـمــا أ ن

الإ سـتـطـا لــة *y* مـتــنــا ســبــة مــع الـكـتــلــة

الـمـعــلــقــة *x* .

1 ) ا كـمــل الـجــد ول الـتــا لــي :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 335 | 3 5 0 | 1 0 0 | 5 0 | 0 | *x* |
| 6 , 7 | 7 | 2 | 1 | 0 | *y* |

*y* =  *x*

×

× 5 0



2 ) عــبــّــر عــن *y* بـدلالـــة *x* .

3 ) بـا سـتـعـمــا ل عـبــا رة *y* بـدلالـــة *x* ؛ ا حـســب ا سـتـطــا لــة الـنـا بــض

مــن أ جــل الـكـتــل 2 5 0 *g* ؛ 1 0 0 0 *g* ؛ 1 5 0 0 *g* .



مــن أ جــل *x* = 2 5 0 يـكــون *y* = × 2 5 0 = 5 *c* *m*

مــن أ جــل *x* = 1 0 0 0 يـكــون *y* = × 1 0 0 0 = 2 0 *c* *m*

مــن أ جــل *x* = 1 5 0 0 يـكــون *y* = × 1 5 0 0 = 3 0 *c* *m*

4 ) مـثـل هـذ ه الـوضعـيـة الـتـنـا سـبـيـة ( خـذ 1 *c* *m* عـلى محـور الـفـوا صـل

لـتـمـثـيـل 1 0 0 *g* و 1 *c* *m* عـلى محـور الـتـرا تـيـب لـتـمـثـيـل 5 *c* *m* )

مـمّـا سـبــق يـنـتــج أ ن الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي يـشـمــل مـبــد أ

الـمـعـلــم و الـنـقـطـة ذ ا ت الإحـد ا ثـيــتـيــن ( 1 0 0 0 ; 2 0 ) .



الإ سـتـطا لـة( *c* *m* )



الكـتـلة ( *g* )

**1 0 0**

**2 0 0**

**5 0 0**

**8 0 0**

**1 0 0 0**

**11 2 5**

**30**

**25**

**20**

**15**

**10**

**5**

**0**

5 ) ا وجـد بـيـا نـيا ا سـتـطا لـة الـنا بـض مـن أ جـل الـكـتـلـتـيـن 5 0 0 *g* ؛ 1 2 0 0 *g*

ا وجـد بـيـا نـيا الـكـتـلـتـيــن الـتـي يـنـبـغـي تـعـلـيـقـهـمـا لـلـحـصــول عـلـى

ا سـتـطــا لــة قــد رُهــا 1 5 *c* *m* ؛ 2 2 , 5 *c* *m* .

بـقــراء ة بـيــا نـيــة :

⮜ اسـتـطالـة الـنابـض مـن أجـل الـكـتـلـة 5 0 0 *g* هـي تـرتـيــب

الـنـقـطــة مـن الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي الـتـي فـا صـلـتـهــا 5 0 0 ؛

فـهـي إ ذ ن 1 0 *c* *m .*

⮜ اسـتـطالـة الـنابـض مـن أجـل الـكـتـلـة 1 2 0 0 *g* هـي تـرتـيــب

الـنـقـطــة مـن الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي الـتـي فـا صـلـتـهــا 1 2 0 0 ؛

فـهـي إ ذ ن 2 4 *c* *m .*

⮜ الـكـتـلـتـة الـتـي يـنـبـغـي تـعـلـيـقـهـا لـلـحـصـول عـلـى اسـتـطـالــة

قــد رُهــا 1 5 *c* *m* هـي فـا صـلــة الـنـقـطــة مـن الـتـمـثـيــل

الـبـيــا نـي الـتـي تـرتـيــبــهــا 1 5 ؛ فـهـي إ ذ ن 7 5 0 *g* .

⮜ الـكـتـلـتـة الـتـي يـنـبـغـي تـعـلـيـقـهـا لـلـحـصـول عـلـى اسـتـطـالــة

قــد رُهــا 2 2 , 5 *c* *m* هـي فـا صـلــة الـنـقـطــة مـن الـتـمـثـيــل

الـبـيــا نـي الـتـي تـرتـيــبــهــا 2 2 , 5 ؛ فـهـي إ ذ ن 1 1 2 5 *g* .

**نـشــا ط 1 0 ص 9 2 :** تـطـبـيـقـا ت الـتـنـا سـبـيــة .

**الـجــزء ② :**

نــقـــرأ الـجــد ول الـتــا لــي فــي فــا تـــورة كـهــربـــا ء .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الـشـركـة الـوطـنـيـة لـلـكـهـربـاء و الـغــا ز | | | رقـم الـتـعـريـف الـضـريــبـي : 0 6 9 1 6 0 1 0 0 1 2 7 4 2  رقـم الــبــنــــد الـضــريــبــي : 4 2 1 2 0 0 2 4 5 2 1  الـفـتــرة : الـثــلا ثــي الـثـا لـث 2 0 0 5 | | |
| الـتـعــريـفــة | الـمـبـلــغ الـمـسـتـحـق  بد ون رسـوم القـيمة  الـمـضـا فــة ( D A ) | مـبـلـغ رسـم الـقـيـمـة الـمـضــا فــة | | | الـمـبـلـغ الـمـسـتـحــق  بـكــا فــة الـرســــــوم  ( D A ) |
| الـنـسـبـة الـمـئــويــة ( **%** ) | | الـمـبـلـــغ ( D A ) |
| الـكـهــربـــا ء | 1 5 3 2 , 0 0 | 0 7 | | 1 0 7 , 2 4 | 1 6 3 9 , 2 4 |
| الـغـــا ز | 1 7 6 , 0 7 | 0 7 | | 1 2 , 3 2 | 1 8 8 , 3 9 |
| ضريبة ا ستهـلا ك الطـا قــة | 1 0 0 , 0 0 | 0 0 | | 0 0 , 0 0 | 1 0 0 , 0 0 |
| ضــريــبـــة الـســكــــن | 7 5 , 0 0 | 0 0 | | 0 0 , 0 0 | 7 5 , 0 0 |
|  | 1 8 8 3 , 0 7 |  | | 1 1 9 , 5 6 | 2 0 0 2 , 6 3 |

**ســــونــــلـــغـــــا ز**

**S O N E L G A Z**

ــأ ) كــيْــف وُجـــــــدَ مـبـلـغ رســــم الـقــيــمــة الـمُـضــا فــة فـي ا سـتـهـــلا ك الـكـهــربــــا ء ؟

بــحــســاب 7 **%** مـــن الـمـبـلــغ الـمـسـتـحـق بـــد ون رســـــــــوم الـقـيـمــة الـمـضـا فــة .

1 5 3 2 × 7 **%** = 1 5 3 2 × 0 , 0 7 = 1 0 7 , 2 4 D A

بـ ) كــيْــف حُــسِـــبَ الـمـبـلـغ الـمُـسـتـحــق بـكــل الـرســوم فـي ا سـتـهـــلا ك الـكـهــربــــا ء ؟

حُــسِـــبَ بـجــمــع الـمـبـلــغ الـمـسـتـحـق بـــد ون رســـــــــوم الـقـيـمــة الـمـضـا فــة و مـبـلــغ رســـــــم الـقـيـمــة الـمـضـا فــة .

1 5 3 2 + 1 0 7 , 2 4 = 1 6 3 9 , 2 4 D A أ و ( 1 + 7 **%** ) × 1 5 3 2 = 1 , 0 7 × 1 5 3 2 = 1 6 3 9 , 2 4 D A .



حـســـا ب 7 **%** مـن الـكـمـيــة *x* مـعـنــا ه حـســـا ب :



زيـــــــا د ة الـكـمـيــة *x* بــ 7 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :

**نـشــا ط 1 0 ص 9 2 :** تـطـبـيـقـا ت الـتـنـا سـبـيــة .

**الـجــزء ③ :**

فـي إ حـد ى وا جـهــا ت مـحــلا ت الـمـلا بــس عُـلِـقــت الـلا فـتــة **تـخـفـيــض 3 0 %**



ا خـــــذ 3 0 **%** مــــن *x* مـعـنــا ه حـســـا ب :



تـخـفـيــض *x* بــ 3 0 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :

ا كــمــل الـجــد ول الـتــا لــي :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| الـسـعـــر ( D A ) | 1 9 0 0 | 4 2 5 0 | 3 4 0 0 | 5 0 0 0 |
| قـيـمـة الـتـخـفـيــض | 5 7 0 | 1 2 7 5 | 1 0 2 0 | 1 5 0 0 |
| الـسـعــر بـعـد الـتـخـفـيـض | 1 3 3 0 | 2 9 7 5 | 2 3 8 0 | 3 5 0 0 |

**الـجــزء ④ :**

سـيـّـا رة سـعــرهـا 8 0 0 0 0 0 D A ؛ ا نـخـفـض سـعــرهـا بــ 5 **%** ؛ ثــمّ ا نـخـفـض مـرّ ة أخـرى بــ 3 **%**

1 ) مـا هـي الأ جـوبــة الـصـحـيـحــة مـن بـيــن الأ جـوبــة الـثــلا ث الـتــا لـيــة :



**الإ جـا بــة 1** :

**الإ جـا بــة 2** :

**الإ جـا بــة 3** :

الإجــا بــة 1 و الإجــا بــة 2 صـحـيـحــتــــا ن ؛ أ مـــا الإجــا بــة 3 فــهــي خــا طــئـــة .

2 ) **ا كــمــل** : تـخـفـيــض *x* بــ 5 **%** ؛ ثــمّ بــ 3 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :



3 ) هـل يـبـقــى سـعــر الـسـيـّـا رة 8 0 0 0 0 0 D A ثـا بـتــا ، إذا ا نـخـفــض بــ 8 **%** ؛ ثــمّ زا د بــ 8 **%** ؟

سـعــر الـسـيـّـا رة بــعـــد الـتـخـفــيــض هـــو 

سـعــر الـسـيـّـا رة بــعـــد الـــزيــــــا د ة هـــو 

إ ذ ن سـعــر الـسـيـّـا رة لا يـبـقــى ثـا بـتــا .

4 ) ا **كــمــل** : تـخـفـيــض *x* بــ 8 **%** ؛ ثــمّ زيــا د تـــه بــ 8 **%** مـعـنــا ه حـســـا ب :



**نـشــا ط 1 1 ص 9 5 :** الـمـقــا د يــر الـمــركــبــة .

**الـجــزء ① : الـطـا قــة الـكـهــربـا ئـيـة .**

تـســتـهــلـك الأ جـهــزة الـكـهــربـا ئــيــة طـا قــة كـهــربــا ئــيــة E وفـــق الـقــا نـــون E = *p* *t*

حـيــث *p* هــي الإ سـتـطــا عــة الـكـهــربـا ئـيـة مُـعــبـّــرا عـنـهـا بـا لـوا ط الـســا عــي ( *w* *h* )

أ و الـكـيــلــووا ط الـســا عــي ( *k* *w* *h* ) و *t* هــــو زمـــن الـتـشـغــيــل بـا لـســا عـــا ت .

⮜ ا حــســب بـا لـوا ط الـســا عــي ؛ ثــمّ بـا لـكـيــلــووا ط الـســا عــي الـطـا قــة الـمــسـتـهــلـكــة

لـلأ جـهــزة الآ تـيــة خــلا ل الـمُــدَ د الـمـبــيـنــة فــي الـجــد ول :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الـجــهـــــا ز | الإ سـتـطـا عــة | مُـدّ ة الـتـشـغــيــل |
| تـــلــفـــــا ز | 8 0 *w* | 2 *h* |
| مـصـبـــا ح | 7 5 *w* | 1 *h* 2 0 *m* *n* |
| مـدْ فــأ ة كـهــربـا ئـيـة | 1 8 0 0 *w* | 1 *h* |

الـطـا قــة الـتـي يـسـتـهــلـكـهـا الـتــلــفــــا ز E**1** :

E**1** = 8 0 × 2 = 1 6 0 *w* *h*

= 0 , 1 6 *k w* *h*

الـطـا قــة الـتـي يـسـتـهــلـكـهـا الـمـصـبـا ح E**2** :

تـحــويـــل : 2 0 *m* *n* =  = 

E**2** = 7 5 × ( 1 + ) الـطـا قــة الـتـي تـسـتـهــلـكـهـا الـمـدْ فـأ ة الـكـهـربـا ئـيـة E**3** :

E**3** = 1 8 0 0 × 1 = 7 5 × 

= 1 8 0 0 *w* *h* = 1 0 0 *w* *h*

= 1 , 8 *k w* *h* = 0 , 1 *k w* *h*

⮜ مــا هــي تـكــلــفـــة ا سـتــعــمـــا ل الـمـدْ فــأ ة الـكـهــربـا ئـيـة ، إ ذ ا عــلــمـــت أ ن ثــمـــن

الـكـيــلــووا ط الـســا عــي هــو 1 , 5 D A ؟

تـكــلــفـــة ا سـتــعــمـــا ل الـمـدْ فــأ ة الـكـهــربـا ئـيـة خــلا ل ســا عـــة وا حــــد ة هــي : 2 , 7 D A .

1 , 8 × 1 , 5 = 2 , 7

**الـجــزء ② : الـســرعــة الــمـتــوســطــة .**

قــطــعـــت ســيـّــا رة مـســا فـــة *d* **1** = 1 2 6 *k* *m* فــي مُــدّ ة قـــد رهــا *t* **1** = 1 *h* 2 4 *m* *n* .

⮜ ا حــســـب *v* ســرعـتـهـا الـمـتــوســطـــة .

تـحــويـــل : *t***1** = 1 +  = 1 +  = 1 , 4 *h*



⮜ مــا هــي الـمُــدّ ة *t* **2** الـتــي تـسـتـغـــرقـهــا لـقــطـــع مـســا فـــة *d* **2** = 2 3 4 *k* *m* فـي نــفـــس الـظـــروف ؟

**طـريـقـة أ ولــى :**  **طـريـقـة ثـا نـيــة :** *t***2** هـو الـرا بـع الـمـتـنــا ســب

|  |  |
| --- | --- |
| 2 3 4 | *t***2** |
| 1 2 6 | 1 , 4 |

نـعـلــم أ ن  و مـنـه  فـي جـد ول الـتـنـا سـبـيـة الآ تـي :

 و مـنـه  أ ي : *t***2** = 2 , 6 *h*

0 , 6 *h* = 0 , 6 × 6 0 = 3 6 *m* *n*

*t***2** = 2 *h* 3 6 *m* *n*

**نـشــا ط 1 1 ص 9 5 :** الـمـقــا د يــر الـمــركــبــة .

**الـجــزء ③ : الـكــتــلــة الـحـجــمــيــة .**

الـكــتــلــة الـحـجــمــيــة لـلـنــحـــا س هي : 8 , 9 *g* / *c* *m* **3** .

⮜ مــا ذ ا تـعــنــي هـــذ ه الـجـمــلـــة ؟

تـعــنــي أ ن 1 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س يــزن 8 , 9 *g* .

⮜ لـتــكــن *m* الـكـتــلـــة مـُـعــبـّــرا عـنـهـا بـالـغـــرا م ( *g* ) ،

و V الـحـجـــم مـُـعــبـّــرا عـنــه بـالـسـّـنـتـيــمـتــر الـمـكـعــب ( *c* *m* **3** **)** .

عــبـّـــر عــن *m* بـد لا لـــة V .

*m* = 8 , 9 × V

⮜ مــا هــي كـتــلـــة 2 0 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س ؟

*m* = 8 , 9 × 2 0 = 1 7 8 *g*

كـتــلـــة 2 0 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س هــي : 1 7 8 *g* .

⮜ مـثـل بـيـا نـيـا كـتـلـة الـنـحـا س بـد لا لـة حـجـمـه ؛ و ذ لـك بـوضـع الـحـجــم

عـلـى مـحــور الـفــوا صــل و الـكـتــلــة عـلـى مـحــور الـتــرا تــيـــب .

نـأ خـذ 1 *c* *m* عـلى محـور الـفـوا صـل لـتـمـثـيـل 1 *c* *m* **3** مــن الـنـحـا س .

نـأ خـذ 1 *c* *m* عـلى محـور الـتـرا تــيــب لـتـمـثـيـل 1 0 *g* مــن الـنـحـا س .

إ ذ ا كــا ن V = 0 *c* *m* **3** فــإ ن *m* = 8 , 9 × 0 = 0 *g*

إ ذ ا كــا ن V = 2 0 *c* *m* **3** فــإ ن *m* = 1 7 8 *g*

نـســتــنـتــج أ ن الـتـمـثـيــل الـبـيــا نـي يـشـمــل مـبــد أ الـمـعـلــم

و الـنـقـطـة ذ ا ت الإحـد ا ثـيــتـيــن ( 2 0 ; 1 7 8 ) .

⮜ بـالاعــتـمـا د عـلـى الـتـمـثــيــل الـبــيــا نــي ؛ اعْـــطِ قــيــمــة مـقــربـــة

لـكــتــلـــة 3 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س ، ثـــمّ تـحــقـــق حــســا بـيـــا .

بـقـراء ة بـيـا نـيــة ، كــتــلـــة 3 *c* *m* **3** مــن الـنــحـــا س هــي تـر تــيــب

الـنـقـطـة ذ ا ت الـفـا صـلــة 3 ، و هـي بـا لـتـقــريــب 2 7 *g* .

الـتـحــقـــق حــســا بـيـــا :

إ ذ ا كــا ن V = 3 *c* *m* **3** فــإ ن *m* = 8 , 9 × 3 = 2 6 , 7 *g*

⮜ مــا هــو حـجـــم 1 , 4 2 4 *k* *g* مــن الـنــحـــا س ؟ عــلـــل .

الـتـحــويـــل :

*m* = 1 , 4 2 4 *k* *g*

= 1 4 2 4 *g*

لـنـحــل الـمـعــا د لــة : *m* = 1 4 2 4

لـد يــنــا *m* = 1 4 2 4

و مـنــه 8 , 9 V = 1 4 2 4

و مـنــه V = 1 4 2 4 **÷** 8 , 9

و مـنــه V = 1 6 0

حـجـــم 1 , 4 2 4 *k* *g* مــن الـنــحـــا س هــو 1 6 0 *c* *m* **3** .

**الـتـمـثـيــل الـبـيـا نـي لـكـتـلـة الـنـحـا س بـد لا لـة حـجـمـه :**



1 7 8

1 7 0

1 6 0

1 5 0

1 0 0

9 0

5 0

3 0

2 0

1 0

0 1 2 3 4 5 1 0 1 5 2 0 ( *c* *m* **3** ) الـحـجــم

*m* = 8 , 9 V

الـكـتـلـة ( *g* )